

复杂网络拓扑结构对系统抗毁性影响研究

邓宏钟, 吴俊, 李勇, 吕欣, 谭跃进
(国防科技大学信息系统与管理学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 通讯网络的抗毁性、生物系统的健壮性、物理系统的稳定性都与各自系统内部网络的抗毁性息息相关。为研究复杂网络拓扑结构对复杂网络抗毁性的影响,建立了复杂系统的复杂网络抗毁性模型,以解析推导与计算机仿真相结合的方式研究了两种不同的复杂网络拓扑结构(随机网络和无标度网络)对复杂网络抗毁性的影响。并把仿真结果与解析分析的结果进行了对比分析,结果表明基于多 Agent 的建模仿真方法是一种研究复杂网络抗毁性的合适方法。

关键词: 复杂网络; 抗毁性; 拓扑结构; 仿真

中图分类号: TP 302; N 945 **文献标志码:** A

Influence of complex network topologic structure on system invulnerability

DENG Hong-zhong, WU Jun, LI Yong, LÜ Xin, TAN Yue-jin

(Coll. of Information Systems and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The invulnerability of communication networks, the robustness of biologic systems, and the stability of physical systems all have closely link with their interior connective network. A complex network invulnerability model is built. Through the deriving and simulating of the complex network invulnerability, the influence of two kinds of complex network, random network and scale-free network, topologic structure on network invulnerability is resolved, and the analytic result and simulation result are analyzed and compared. The results show that the multiagent based modeling and simulation method is a suitable one for the analyzing of complex network invulnerability.

Keywords: complex network; invulnerability; topologic structure; simulation

0 引言

复杂网络,特别是无标度网络(scale-free networks)研究是当前复杂性科学、信息科学、物理学和数学的一个新的研究热点。作为复杂网络最重要的研究问题之一,复杂网络抗毁性研究的重大理论意义和应用价值也日益凸显出来。

几乎所有的复杂系统都可以抽象成网络模型,这些网络往往具有大量的节点,节点之间有着复杂的连接关系。复杂网络不仅仅指无标度网络,它还包括介于随机网络与无标度网络间的其他类型网络,我们把它们统称为复杂网络。随着人们对网络的依赖程度日益增高,一个广受关注的问题逐渐凸现出来:这些系统、网络到底有多可靠?什么样的网络结构具有较高的抗毁性。我们所关心的复杂网络

抗毁性就是指:在外界故意打击(包括硬打击和软件杀伤)下,复杂网络系统仍然能够维持其功能的能力。

目前在复杂网络抗毁性研究方法上,主要有基于图论的抗毁性研究,基于解析的抗毁性研究和基于仿真的抗毁性研究三种主要的研究思路。基于图论的抗毁性研究是指在拓扑结构完全确定的网络中,在理想的破坏方案作用下,网络能够保持连通的能力。抗毁性不涉及网络节点和边的抗毁性,衡量的是破坏一个系统的难度。基于解析的抗毁性研究主要有 Cohen 等^[1],他们把网络抗毁性问题转化为于广义随机图(generalized random graphs)^[2]上的渗流问题,利用渗流理论(percolation theory)^[3-4]解析地研究了复杂网络的抗毁性,即节点正常对应于渗流问题中节点。而基于仿真的研究主要以 Albert 为代表,他从 2000 年开始关注拓扑结构对复杂网络抗毁性的影响。他们分别研究了把

收稿日期:2007-10-22; 修回日期:2007-12-20。

基金项目:国家自然科学基金资助课题(70501032,70071111)

作者简介:邓宏钟(1974-),男,副教授,主要研究方向为复杂系统理论,分布式人工智能,遗传算法。E-mail:hongzhongdeng@163.net

随机网络(ER 模型)和无标度网络(BA 模型)置于两种类型的打击策略之下的抗毁性能。

目前关于复杂网络拓扑结构对复杂网络抗毁性的影响研究有不少,但是他们所考虑的打击策略只有两种极端的打击策略,即智能打击和随机打击。或者是介于它们之间,由这两种打击策略演变而成的策略,在这些类型打击策略下,他的抗毁性具有特殊的解析求解方法。而现实中的打击策略千变万化,许多打击策略虽然简单、常用却难以描述和度量,为此,我们提出用仿真的方法来研究在不同打击策略下,当复杂网络拓扑结构不同时,其抗毁性能的变化。

1 基于多 Agent 仿真的复杂网络抗毁性建模与仿真

基于多 Agent 的抗毁性建模仿真方法能通过对节点 Agent 及其连接关系的建模,充分体现复杂网络系统的内部结构,系统的智能性、动态性、随机性等特点,通过对网络系统的建模,能够将系统外界环境、网络结构对复杂网络抗毁性的影响充分体现出来^[5]。

1.1 复杂网络抗毁性仿真模型

基于多 Agent 的复杂网络抗毁性模型可用一个二元组来描述:

$\langle \text{Agents}, \text{环境}(E) \rangle$

Agents: Agent 代表复杂网络系统中的节点。

环境:是复杂网络的外界环境,是 Agent 存在的空间。节点 Agent 与节点 Agent 之间在环境中进行交互。模型中的环境因素有很多,如空间位置、空间距离、障碍、气候、政策、消息等。它们将对 Agents 的各种行为产生约束和影响。它可用一个三维坐标和坐标上的 k 个函数值来表示。

Agent 环境是指 Agent 的生存空间,它可用一个三维坐标和坐标上的 k 个函数值来表示

$$E = (x, y, z, f_1(x, y, z) \dots f_k(x, y, z))$$

$$x \quad R, \quad y \quad R, \quad z \quad R, \quad k \quad N$$

1.2 仿真设计

复杂网络抗毁性仿真设计的目标是设计不同的复杂网络拓扑结构,研究其对抗毁性的影响。仿真设计过程中要关注的主要有系统外界环境的设计,Agent 属性的设计和定义,Agent 规则定义。

1.2.1 系统仿真条件设计

在复杂网络抗毁性仿真中,我们采用了较简单的、600 × 600 大小的二维空间。设计了一种依次打击策略,其含义如下。

(1) 每个仿真周期,按 Agent 的编号,依次选择一个 Agent,作为本周期的打击对象。如果 Agent 总数为 N ,则经过 N 个仿真周期(N 为网络节点总数),每个 Agent 都将被选中一次。

(2) 计算被选中 Agent 的毁伤概率 P ,这个节点 Agent 经过 T 个仿真周期的延迟后,将以概率 P 被毁伤。 P 越大,Agent 被毁伤的可能性越大。当 P 很小时,Agent 即使

多次被选中,也不会被毁伤。其中,延迟时间 T 为一个随机分布于区间^[1,10]的整数值。

(3) 进入下一仿真周期。

1.2.2 Agent 属性定义

节点 Agent 的属性主要包括 Agent 位置、状态和抗毁性能

Agent 位置:Agent 初始位置是随机分布在整个网络环境中。

Agent 状态:节点 Agent 在仿真中只有“存活”和“死亡”两种状态。当节点 Agent 连接边数量大于零时,其状态为“存活”,当节点被毁伤成孤立节点时,其状态变成“死亡”。

Agent 抗毁性 P :每个 Agent 的抗毁性与它所连接边的数量相关,我们认为,当节点 Agent 的边数量较多时,它能够通过网络获取更丰富、更精确的信息,能够提高它的抗毁性(相反情况,以可做类似分析)。 P 与节点连接边数量 n 间的关系定义如下

$$p = a^n (a \in [0, 1], a > 0, 1) \quad (1)$$

上式中, a 是调节参数。 n 表示节点所连接边的总数量。当节点遭到打击时,节点的连接边数量 n 会减少,节点 Agent 的毁伤概率提高,抗毁性降低。

1.2.3 复杂网络系统拓扑网络结构定义

本仿真中我们设计了两种类型复杂网络。BA 网络和随机网络。网络拓扑结构生成过程如下。

(1) 根据网络类型,生成符合网络特性的网络节点度序列值。例如一个具有 50 个节点、最小度为 2,标度指数 $\gamma = 2$ 的 BA 网络,先生成其度序列为: {22, 15, 12, 10, 9, 8, 7, 7, 6, 6, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}

(2) 将度序列值分配给每个节点 Agent。

(3) 每个节点按给定的度,采用相应的网络连接模式,选择对应节点进行连接。

1.2.4 复杂网络系统抗毁性评价指标

复杂网络抗毁性的评价指标有许多,一个抗毁性较好的复杂网络应该能够经受更长时间的外界打击,所以我们设计了两个指标。

全毁伤时间:将所有的节点打击成“死亡”,即所有节点都成为孤立节点所需要的打击时间。

半毁伤时间:对于有些系统,当网络系统中有一半节点被毁伤时,系统基本上完全丧失其功能。例如军事系统中的一个营,其战损人员达到其总人数的 50% 时,这个营基本上丧失作战能力。所以设定当将网络中一半节点打击成孤立节点所需时间为另一个复杂网络系统抗毁性评价指标。

2 复杂网络抗毁性解析分析

首先,我们用解析的方法分别分析具有不同拓扑结构的复杂网络的抗毁性,结果将用于后面与仿真结果的对比

分析。

2.1 网络全毁伤概率分析

设有一个复杂网络,其拓扑结构图为 $G = (V, E)$, 其中 $V(G)$ 是节点集, $E(G)$ 是边集。节点总数量为 N , 边的总数量为 M 。 d_i 表示节点 v_i 的度。

因为每个节点的毁伤概率为: $p_{v_i} = a^{d_i}$, 则网络中全部节点都被毁伤的概率为

$$P_{total} = p_{v_1} \times p_{v_2} \times \dots \times p_{v_N} = (a^{d_1}) \times (a^{d_2}) \times \dots \times (a^{d_N}) = a^{N(d_1+d_2+\dots+d_N)} = a^{N \cdot M} \quad (2)$$

结论:对于具有不同拓扑结构的网络,只要网络的总节点数 N 和总边数 M 相同,则网络全毁伤概率相同。

2.2 BA 网络半毁伤概率分析

2.2.1 随机网络半毁伤概率分析

对于复杂网络,要将它的一半节点毁伤,在节点的选择组合上,总共 $C_N^{N/2}$ 有种选择方案,每种方案下,节点毁伤概率为

$$p_{hl-ran} = p_{v_i} \times p_{v_j} \times \dots \times p_{v_k} \quad (i, j, \dots, k \text{ 总数为 } N/2) = (a^{d_i}) \times (a^{d_j}) \times \dots \times (a^{d_k}) = a^{N/2(d_i+d_j+\dots+d_k)} \quad (3)$$

一般情况下,随机网络中每个节点的度相差不大,所以我们假设任选一半节点的组合之间的差异很小,可看作相等进行处理。

根据上述假设可得:任一组合的毁伤概率,因为

$$d_i \quad d_j \quad (v_i, v_j \in V(G))$$

所以

$$p_{hl-ran} = a^{N/2(d_i+d_j+\dots+d_k)} = a^{N/2 \cdot M/2} \quad (4)$$

则整个网络的半毁伤概率

$$P_{half-random} = C_N^{N/2} \times p_{hl-ran} = C_N^{N/2} \times a^{N/2 \cdot M/2} \quad (5)$$

2.2.2 BA 网络半毁伤概率分析

对于 BA 网络,要将它的一半节点毁伤,在节点的选择上也有 $C_N^{N/2}$ 种选择方案,每种方案下,网络系统的半毁伤概率如前面式 3 所示

$$p_{hl-BA} = a^{N/2(d_i+d_j+\dots+d_k)} \quad (6)$$

因为 BA 网络节点的度相差较大,例如:度序列排名在前一半的节点度之和要远大于后一半的节点度之和。在前面给出的度序列的例子中,其总边数为 223,前 25 个节点的总边数为 146,后 25 个节点的总边数为 77,两者相差近一倍。此时不能采用随机网络中所采用的近似方法进行处理。

由于 $C_N^{N/2}$ 种组合的复杂性,及每种组合的复杂性。BA 网络半毁伤概率无法解析地求出结果,但我们可以比较随机网络与 BA 网络半毁伤概率的大小。

2.2.3 BA 网络与随机网络半毁伤概率大小比较

假设 BA 网络和随机网络的节点数,总边数相等。则两种网络的半毁伤概率之差为

$$P_{hl-BA} - P_{hl-ran} = P_{hl-BA} - C_N^{N/2} \times p_{hl-ran} \quad (7)$$

通过对 BA 网络 $C_N^{N/2}$ 种组合的分析,我们发现,在这 $C_N^{N/2}$ 种组合中,存在一种特殊关系。即如果存在一种组合 A ,其中所选择毁伤的一半节点是 (j_1, j_2, \dots, j_k) ,则必然存在另一种互补的组合 \bar{A} 中的节点正是没有被 A 选中,剩下的另一半节点。这样,在所有的 $C_N^{N/2}$ 种组合中,两两互补。我们可将这 $C_N^{N/2}$ 种组合分成 $C_N^{N/2}/2$ 种两两互补的组合对 $\left\{ (A, \bar{A}), (A_1, \bar{A}_1), \dots, (A_{C_N^{N/2}/2}, \bar{A}_{C_N^{N/2}/2}) \right\}$ 。

设组合 A 内的节点总边数为 L , 则组合 \bar{A} 中的节点总边数为 $M - L$ 。组合对 (A, \bar{A}) 中两种组合的半毁伤概率和为

$$P_{h-(A, \bar{A})} = a^{N/2 \cdot L} + a^{N/2 \cdot (M-L)} = a^{N/2} [L^{L/2} + (M-L)^{(M-L)/2}] \quad (8)$$

这样 BA 网络与随机网络半毁伤概率之差为

$$P_{hl-BA} - P_{hl-ran} = \sum_{k=1}^{C_N^{N/2}/2} \{ a^{N/2} [L^{L/2} + (M-L)^{(M-L)/2}] - 2a^{N/2 \cdot M/2} \} \quad (9)$$

因为函数 $x^x (0 < x < 1, x > 0)$ 是一个递减的凹函数,所以:

$$x_i + x_j > 2^{(x_i+x_j)/2} \quad \forall x_i, x_j (0 < x_i, x_j < 1, x_i, x_j > 0) \\ \Rightarrow L^{L/2} + (M-L)^{(M-L)/2} > 2^{M/2} \\ \Rightarrow P_{hl-BA} > P_{hl-ran} \quad (10)$$

即 BA 网络的半毁伤概率大于随机网络的半毁伤概率,也就是说:在设计打击策略下,BA 网络半毁伤抗毁性能要比随机网络的抗毁性能差,要将 BA 网络的一半节点毁伤所需要的时间比随机网络的时间短。

根据上述网络半毁伤概率的分析可知:BA 网络的半毁伤概率分析过程同样适合于其它的节点度分布不均匀的情况,即如果网络中节点的度差异性越大,分布越不均匀,则其网络半毁伤的概率越大,抗毁性能越差。

3 复杂网络抗毁性仿真分析

虽然我们已经推导了 BA 网络和随机网络在节点数和总边数相等情况下各自的抗毁性,但仿真分析的结果又将如何呢?是否一致?如果不一致,则不一致的原因在哪?为此,我们分别对当复杂网络具有不同类型网络结构,网络微观连接模式时的抗毁性进行了仿真分析。

3.1 仿真条件

外界环境:网络系统的外界环境为一个 600×600 二维平面,所有的网络节点 Agent 都必须在环境内部,其移动不得超出环境的边界。外界环境如下图 1 所示。

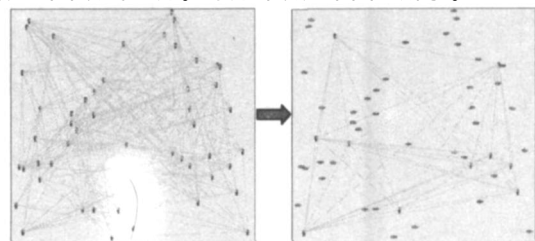


图 1 复杂网络抗毁性仿真图

设复杂网络的节点数量为 50。网络的总边数都为 250,每个节点平均有 10 条连接边。所有的节点是随机分布在网络环境中。仿真中,网络节点有“存活”与“死亡”两种状态。在仿真中,设 $a=0.8$, $\beta=0.75$ 。

网络结构:在仿真中,我们设计了两种主要的网络结构。分别是 BA 网络和随机网络。BA 网络的度序列为: {43, 38, 34, 29, 27, 24, 22, 19, 18, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 9, 8, 8, 8, 7, 7, 6, 6, 6, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2} 随机网络为一个所有节点的度均为 10 的随机连接网络。

3.2 不同类型网络抗毁性仿真分析

如果仿真初始条件如前面所述。分别对 BA 网络和随机网络各自进行 10 次半毁伤和全毁伤抗毁性仿真,在每次仿真过程中,网络拓扑结构保持不变。10 次仿真(只列出前四次)的仿真结果及平均(10 次仿真的平均)所需半毁伤和全毁伤所需时间如下表 1 所示。

表 1 不同结构复杂网络半、全毁伤仿真结果

编号	No1	No2	No3	No4	平均值
BA 网络半毁伤时间	181	130	236	290	233.8
随机网络半毁伤时间	377	376	339	281	352.1
BA 网络全毁伤时间	2 351	1 916	1 517	2 917	1 760.3
随机网络全毁伤时间	683	746	740	803	700.1

从上面表 1 的仿真结果可以看出,BA 网络半毁伤所需要的打击时间平均为 233.8 个仿真周期,小于随机连接网络的平均值 352.1 个仿真结果。这个结果与前面解析分析的结论:BA 网络抗毁性能要比随机网络的抗毁性能差的结果吻合。

但是 BA 网络全毁伤所需要的打击时间平均为 1 760.3 个仿真周期,远大于随机连接网络的平均值 700.1 个仿真结果。这个结果与解析前面解析分析的结果:两种网络的全毁伤概率相等不相符。

出现解析分析与仿真分析结果不相符的原因是什么呢?通过分析,我们发现,在解析分析过程中,复杂网络系统的抗毁性是对每个节点个体抗毁性的一种线性综合。每个节点 Agent 的抗毁性只与它的连接边数量相关联,与它所连接的节点无关。但在仿真过程中我们可以看到,当复杂网络为 BA 网络时,网络节点度分布极不均匀,最大的度

为 43,最小的只有 2。这样,在进行半毁伤仿真中,被毁伤的绝大部分是连接边数量较少的网络节点。去掉网络中一半节点所需要时间较短。但是由于 BA 网络中存在极少数度很大的节点,例如最大度为 43 的节点,其毁伤概率为: $p_{\min} = a^{d_{\max}} = 0.8 \times (0.75)^{43} = 3.394 \times 10^{-6}$ 。

这说明要将这些节点毁伤是极其困难的。正由于 BA 网络中存在少数极难毁伤的节点,所以,BA 网络的全毁伤时间要远大于随机网络。

在复杂网络抗毁性全毁伤仿真中,所采用的打击模式是一种依次打击,抗毁性评价目标是一种完全抗毁性。它的仿真结果“BA 网络相比于随机网络抗毁性较强”与在无标度网络经常提到的“无标度网络对于随机打击具有较强的抗毁性”的结论一致。

4 结束语

复杂网络的抗毁性研究是复杂网络理论方法研究中的一个研究重点,它对复杂网络理论的研究具有重要的理论意义,也具有较强的应用价值。我们采用基于多 Agent 的复杂网络抗毁性仿真分析方法,用它研究了复杂网络拓扑结构对复杂网络抗毁性的影响,并把仿真结果与解析分析结果进行了对比分析。研究了两种方法产生不一致,甚至出现矛盾的原因。通过对上述问题的对比研究也说明解析方法在复杂网络抗毁性研究上的不足,及基于多 Agent 的复杂网络抗毁性仿真分析方法在复杂网络抗毁性研究上有效性和正确性。

参考文献:

- [1] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, et al. Resilience of the Internet to random breakdowns[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85 (21): 4626-4628.
- [2] Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. *Phys. Rev. E*, 2001, 64 (2): 26118.
- [3] Broadbent S R, Hammersley J M. Percolation processes: I. Crystals and mazes[J]. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1957, 53: 629-641.
- [4] Hammersley J M. Percolation processes: II. The connective constant [J]. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1957, 53: 642-645.
- [5] 邓宏钟. 基于多智能体的整体建模仿真方法及其应用研究[D]. 国防科技大学, 2002, 6.